

Sinnes-Täuschung?

Heiß und kalt, hell und dunkel, leicht und schwer – solche äußeren Reize werden oft von verschiedenen Menschen oder in verschiedenen Situationen unterschiedlich wahrgenommen. Wovon hängt es ab, wie wir einen äußeren Reiz mit unseren Sinnen empfinden? Der Physiker Ernst Heinrich Weber stellte bereits im 18. Jahrhundert einen Zusammenhang zwischen äußerem Reiz und innerer Empfindung her. Dieter Plappert zeigt, wie diese interessante Fragestellung auch im Unterricht eingebracht werden kann.

„Ein Thaler hat viel weniger Wert für den Reichen als für den Armen, und wenn er einen Bettler einen Tag lang glücklich macht, so wird er als Zuwachs zum Vermögen eines Millionärs gar nicht merklich von diesem gespürt.“

Gustav Theodor Fechner
(1801-1887)

Diese auch für uns alltägliche Erfahrung kann der Schlüssel zu einer sehr fundamentalen Fragestellung sein: Wie hängt die „äußere Sinneswelt“ mit einer „inneren Empfindung“ zusammen? Sofort verständlich wird diese allgemeine Fragestellung, wenn wir Fechners Aussage auch auf andere Sinnesindrücke übertragen:

„Eine Kerze erhellt den Schein der strahlenden Sonne kaum merklich, das Dunkel einer Höhle jedoch sehr.“

„Eine Geige ist im Lärm des Straßenverkehrs kaum zu hören, in der Stille eines Konzertsaaes jedoch sehr gut.“

Die Untersuchung dieser Fragestellung setzt voraus, dass wir klar zwischen zwei völlig verschiedenen „Variablen“ unterscheiden, dem „äußeren Reiz“, der in der Regel leicht quantisierbar ist und der „inneren Empfindung“.

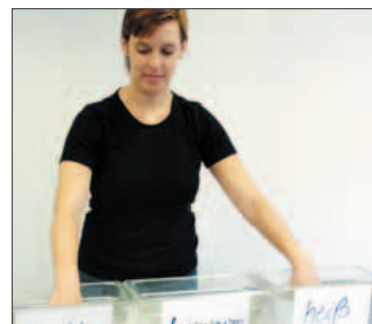


Abb. 1: Typischer Schülerversuch zum Einstieg in die Wärmelehre.

Wer lässt sich täuschen?

Der in Abbildung 1 dargestellte Versuch, der häufig als Einstieg in die Wärmelehre benutzt wird, macht deutlich, dass diese Differenzierung im naturwissenschaftlichen Unterricht oft nicht klar genug erfolgt: „Wenn jemand die linke Hand in heißes Wasser, die rechte in kaltes taucht und daraufhin beide in lauwarmes, so hat er nicht in beiden Händen dasselbe Wärmegefühl, das heißt für ein und dieselbe Temperatur haben wir manchmal zwei verschiedene Wärmeempfindungen. Unser Wärmesinn ist unzuverlässig, er lässt sich täuschen. Deshalb benutzen wir in der Physik Messgeräte die vom Sinnesindruck des Menschen unabhängig sind. Thermometer stellen den Wärmezustand eindeutig fest.“

Die Botschaft, die auf diese Weise übermittelt wird, können wir folgendermaßen formulieren:

„Die Sinne des Menschen täuschen sich bzw. lassen sich täuschen. Sie gaukeln uns eine nicht wirklich vorhandene sondern nur subjektiv empfundene Welt vor. Wir dürfen ihnen nicht trauen, sondern nur den mit rationalem Verstand entwickelten Messgeräten; nur auf diese Weise können wir die Welt objektiv erfahren.“

Durch diese Art der Betrachtungsweise wird unsere eigene innere Erfahrung abgewertet.

Viel reizvoller und vermutlich viel zeitgemäßer wäre es, das oben beschriebene Phänomen ernst zu nehmen, es zu problematisieren. Dann würde deutlich werden, dass sich nicht ein „Sinn täuscht“, sondern vielmehr derjenige, der die zum Verständnis dieses Phänomens notwendigen Zusammenhänge nicht durchschaut.

Überraschende Erkenntnisse

Warum sollte man nicht einmal im Unterricht zusammen mit den Schülerinnen und Schüler auf diese interessante Problematik eingehen? Im Folgenden werden einige Inhalte und Versuche beschrieben, sie können je nach Wahl des inhaltlichen Schwerpunktes im Physikunterricht oder auch in fächerübergreifenden Projekten auf unterschiedlichen Klassenstufen eingesetzt werden – sie bergen überraschende Erkenntnisse, die mit Sicherheit auch für Ihre Schülerinnen und Schüler interessant und faszinierend sind.

Hier erscheinen gewohnte mathematische und physikalische Inhalte in ungewohnten Problembeeren. Die Betrachtungen sollen die Schülerinnen und Schüler auch dazu anregen, ihre Sinne zu schulen, genauer wahrnehmen zu lernen. Sie sollen Vertrauen bekommen in das, was sie selber empfinden, sie sollen erleben, dass es im subjektiven Empfinden für manche Fragestellungen objektive

Gesetzmäßigkeiten gibt. Dies scheint mir gerade in der heutigen Zeit, in der die Heranwachsenden immer weniger eigene primäre Erfahrungen machen können, besonders notwendig zu sein.

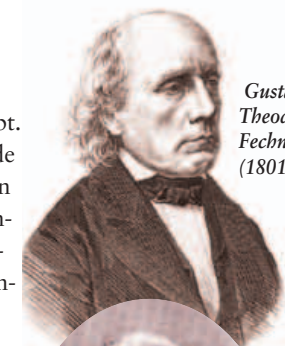
Wir werden bei unseren Betrachtungen den Weg nachvollziehen, den Gustav Theodor Fechner (1801 – 1887), der Begründer der „Psychophysik“, vor über 150 Jahren gegangen ist, auf dem es ihm gelang, die von Ernst Heinrich Weber (1795 – 1878) experimentell gewonnenen Daten mathematisch zu beschreiben. Dabei werden wir mathematisches Denken auf reizvolle, realitätsnahe Fragestellungen anwenden.

Reiz und Empfindung

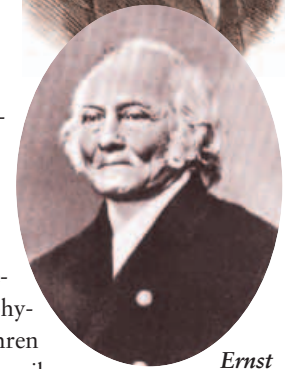
Wir setzen voraus, dass der äußere Reiz p und die innere Empfindung E als zwei unterschiedliche Variablen begrifflich klar unterschieden werden, dass Temperatur nicht mit Wärmeempfindung, Frequenz nicht mit Farbe bzw. Tonhöhe, Amplitude nicht mit Helligkeit bzw. Lautstärke, Gewichtskraft nicht mit Schwereempfindung gleichgesetzt werden. Die Welt scheint in zwei Bereiche getrennt zu sein: In die Welt der äußeren, physikalischen Reize p und in die Welt der inneren Empfindungen E .

Beide Welten stehen durch unterschiedliche Sinnesorgane in einem bestimmten Verhältnis miteinander in Verbindung. Diese Aufteilung kann Anlass zu tiefgreifenden erkenntnistheoretischen und philosophischen Überlegungen sein („Leib-Seele-Problem“), die wir hier nicht vertiefen wollen.

Stattdessen weisen wir auf eine sehr anregende Quelle aus der Zeit von Weber und Fechner hin. Die entscheidende „psychophysikalische Fragestellung“ ist dann, wie



Gustav Theodor Fechner (1801-1887)



Ernst Heinrich Weber (1795-1878)

diese beiden Größen, die physikalische Größe p und die psychische Größe E , zusammenhängen.

Ist diese Art der Fragestellung überhaupt sinnvoll? Die psychische Größe E ist nur durch innerliches Erleben bestimmbar. Ohne einen empfindenden Menschen existiert sie nicht. Die reproduzierbaren Ergebnisse, die gefunden werden und die in unserem Alltag vielfältige Anwendungen haben, rechtfertigen dieses Vorgehen.

Die Empfindungsgröße E

Wie kann für eine innerliche Empfindung E eine sinnvolle Messskala festgelegt werden?

Fechner war der erste, dem dies 1850 gelang. Am Beispiel der physikalischen Größe Masse m und der Schwereempfindung S wollen wir seinen Weg erläutern.

Einer Versuchsperson mit geschlossenen Augen werden zwei Körper der Masse m_1 und m_2 in die Hand gegeben (Abbildung 2). Der Versuchsleiter fragt: „Empfindest Du die beiden Flaschen als gleich-



Abb. 2: Das Flaschenexperiment

schwer? Wenn nein, welche der beiden Flaschen empfindest Du schwerer?“

Weitere Einzelheiten zur Durchführung des Versuchs sind auf Seite 13 beschrieben.

Gleichheit: Zwei gleiche Massen m_1 und m_2 haben immer zwei gleiche Schwereempfindungen S_1

und S_2 zur Folge. Es gilt $S(m_1) = S(m_2) \Leftrightarrow m_1 = m_2$.

Wir setzen also zunächst eine eindeutige Zuordnung der Reiz- und der Empfindungsgröße voraus. Wie wir an dem einführenden Beispiel gesehen haben, gilt diese eindeutige Zuordnung nicht immer.

Nullpunkt: Es gibt einen natürlichen Nullpunkt der Empfindungsskala: Alle Reize $m = m_0$, die unterhalb der

Reizschwelle m_0 liegen, haben die Empfindung $S = 0$ zur Folge.

Einheit:
Wir betrachten zwei Körper der Massen m_1 und m_2 , die dieselbe Empfindung der Stärke S_1 auslösen. Wir vergrößern die Masse des Körpers 2 so lange, bis der Beobachter den zweiten Körper das erste Mal sicher schwerer als Körper 1 empfindet, das heißt bis er erstmals $S_1 \neq S_2$ erlebt. S_2 ist dann per Definition um eine „Schwere“- Einheit größer als S_1 , es gilt also $S_2 = S_1 + 1$. Die Differenz der beiden Massen bzw. die Differenz der Reize $\Delta m = m_2 - m_1$, die einen gerade noch wahrnehmbaren Unterschied in der Schwereempfindung S auslösen, wird „Unterschiedsschwelle“ genannt. Auf entsprechende Weise können wir S_3 und nacheinander alle weiteren Werte der Empfindungsgröße S festlegen: Der Zahlenbereich von S ist somit eine Teilmenge der natürlichen Zahlen.

Auf entsprechende Weise kann für jede Empfindungsgröße E eine Skala konstruiert werden.

Hell ist nicht gleich hell

Wie hängen die Masse m und die Schwereempfindung S , oder allgemein gefragt, die Reizgröße p und die Empfindungsgröße E zusammen? Ist die nach dem oben beschriebenen Verfahren konstruierte Einheit der Empfindungsgröße über den ganzen Empfindungsbereich gleich? Sind p und E proportional zueinander? Weber untersuchte experimentell für verschiedene Sinnesempfindungen, ob die „Unterschiedsschwelle Δp “, die die Zunahme der Empfindungsstärke E um eine Einheit verursacht, immer denselben Wert hat. 1834 entdeckte er eine erstaunliche Gesetzmäßigkeit, die wir im Folgenden schrittweise darstellen wollen.

Dass Δp nicht konstant sondern von der Stärke des äußeren Reizes p abhängig sein muss, zeigen die einführenden Beispiele, die durch Schülerversuche erlebbar gemacht werden können.

Obwohl die Kerze in beiden Beispielen den äußeren Lichtstrom um denselben Wert Δp vergrößert,

bleibt bei großer Helligkeit die Helligkeitsempfindung E gleich, bei geringer Helligkeit nimmt die Helligkeitsempfindung E erheblich zu.

Obwohl durch das Musizieren mit der Geige in beiden Beispielen der an das Ohr dringende Energiestrom um denselben Wert Δp vergrößert wird, ändert sich bei großer Lautstärke die Lautstärkeempfindung nicht, bei geringer Lautstärke nimmt die Lautstärkeempfindung E erheblich zu.

Dasselbe ist auch bei der Schwereempfindung der Fall: Ob sich in einem gefüllten Koffer ein 50 Centstück befindet oder nicht, ist durch unsere Schwereempfindung nicht herauszubekommen; ob es sich aber in einem Briefumschlag befindet oder nicht, ist sehr deutlich zu empfinden.

Masse und Schwere

In dem auf Seite 14 beschriebenen Experiment gelang es Schülern eines Physikkurses für uns alle sehr unerwartet, auf ein ähnliches Ergebnis wie Weber zu kommen.

Bei unterschiedlichen Ausgangsmassen m_0 wurden experimentell die zugehörigen Unterschiedsschwellen Δm ermittelt. Hier die Ergebnisse einer Messgruppe:

Ausgangsmasse m_0 in g	600	800	1000	1200
Unterschiedsschwelle Δm in g	20	35	40	45
relative Masse $\frac{\Delta m}{m_0} \cdot 100$ in %	3,3	4,4	4,0	3,8

Je größer die Masse zweier Gegenstände ist, desto größer muss ihr Masseunterschied Δm sein, damit die Gegenstände verschieden schwer empfunden werden. Durch unsere Versuche haben wir wie Weber ein bemerkenswertes Ergebnis festgestellt:

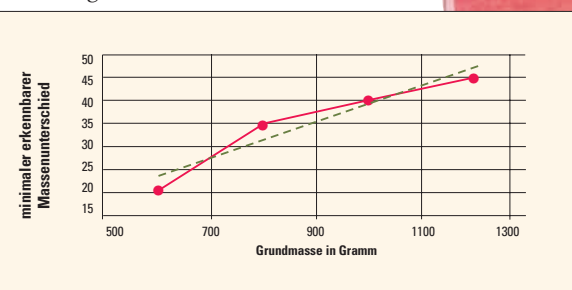


Abb. 3: Verhältnis zwischen Massenunterschied und Masse

Die relative Masse $\frac{\Delta m}{m_0} = k$ ist konstant oder anders ausgedrückt, die Unterschiedsschwelle nimmt gleichmäßig mit der Masse eines Gegenstandes zu. Bei kleinen Massen können wir kleine Massenunterschiede verschieden schwer empfinden, bei großen Massen müssen die Massenunterschiede entsprechend groß sein (siehe Abb. 3).

Die Weberkonstante

Weber untersuchte auf entsprechende Weise die unterschiedlichsten Empfindungsqualitäten. Immer wieder stellte er fest, dass die relative Reizzunahme $\frac{\Delta p}{p} = k$ konstant ist (siehe Abb. 4). Die Konstante k wird heute „Weberkonstante“ genannt.

Empfindung	Weber-Konstante
Helligkeit	0,08
Lautstärke	0,05
Längenempfindung	0,03
Salzgeschmack	0,08
Elektroschock	0,01
Vibration am Finger	0,05

Abb. 4: Typische Werte für die Weber-Konstante



Das Weber-Fechnersche Gesetz

Aus der von Weber gefundenen Gesetzmäßigkeit entwickelte Fechner (analog der Zinseszinsrechnung) die Weber-Fechnersche „Reiz-Empfindungs-Funktion“. Um dies zu zeigen, führen wir Bezeichnungen ein, in der Zinsrechnung üblich sind:

$$(1) \frac{\Delta p}{p(E-1)} = k$$

mit k als Weberkonstante, $p(E-1)$ als Reiz der Empfindungsstärke $E-1$ und $\Delta p = p(E) - p(E-1)$ als Reizzunahme („Unterschiedsschwelle“) von der Empfindungsstärke $E-1$ zu der Empfindungsstärke E . Wir erhalten somit die Rekursionsformel

$$(2) \Delta p = p(E-1) \cdot k$$

Lösen wir nach $p(E)$ auf, so erhalten wir:

$$(3) p(E) = p(E-1) + \Delta p = p(E-1) + p(E-1) \cdot k = p(E-1) \cdot (1 + k)$$

Beziehen wir uns auf die Reizschwelle $E = 0$, so erhalten wir mit

$$(4) p(E) = p(0) \cdot (1 + k)^E,$$

eine Formel, mit der wir den Reiz der Empfindungsstärke E berechnen können.

Gleichung (3) drückt aus, dass wir den Sinnesreiz mit einem bestimmten Faktor multiplizieren müssen um von einer Empfindungsstärke zur nächsten zu kommen.

„Unsere Sinne logarithmieren“

In unserem täglichen Leben spielt oft die Frage eine Rolle, wie groß die Empfindungsstärke E bei einer gegebenen Reizstärke p ist. Die hierfür benötigte $E(p)$ -Funktion ist die Umkehrfunktion der oben beschriebenen Funktion $p(E) = p(0) \cdot (1 + k)^E$.

Um nach der Hochzahl E aufzulösen, formen wir zunächst Gleichung (4) um

$$\frac{p(E)}{p(0)} = (1 + k)^E$$

und logarithmieren zum Beispiel mit dem dekadischen Logarithmus und erhalten

$$\lg \frac{p(E)}{p(0)} = E \cdot \lg(1 + k)$$

Lösen wir nach E auf, so ergibt sich

$$E(p) = \frac{1}{\lg(1+k)} \lg \frac{p(E)}{p(0)}$$

Ersetzen wir die Konstante $\frac{1}{\lg(1+k)}$ durch c , so bekommt die Gleichung die folgende Form:

$$(5) E(p) = c \cdot \lg \frac{p(E)}{p(0)}$$

Interpretieren wir diese Gleichung, so wird deutlich, was es bedeutet, dass „unsere Sinne logarithmieren“:

Ein Reiz $p = 100\,000 \cdot p(0)$, der 10^5 mal größer ist als die Reizschwelle $p(0)$, ergibt eine Empfindung E mit dem Wert

$$E = c \cdot \lg \frac{10^5 \cdot p(0)}{p(0)} = 5 \cdot c$$

Er hat als eine Empfindung zur Folge, die $5 \cdot c$ Empfindungsstufen über der Reizschwelle liegt. Ein Reiz $p = 10^n \cdot p(0)$ hat somit eine Empfindung der Stärke $n \cdot c$ zur Folge: Die Stärke der Empfindung wächst also gleichmäßig mit der „Hochzahl n des Reizes“, „unsere Sinne empfinden also die Hochzahl.“

Skizze eines Unterrichtsganges

Bereits mit den Schülerinnen und Schülern der unteren Klassenstufen kann das physikalische Phänomen der Weberkonstante auf eindrückliche und faszinierende Weise erarbeitet werden:

1. Trennen von Reiz und Empfindung: Demonstration der im Text beschriebenen Versuche
2. p und E sind nicht proportional zueinander: Schülerexperiment mit Briefumschlag und Flasche
3. Das Webersche Gesetz: Lehrer- bzw. Schülervortrag Für höhere Klassenstufen:
4. Erarbeitung des Weber-Fechnerschen-Gesetzes.
5. Anwendung des Weber-Fechnerschen-Gesetzes auf weitere Beispiele (Lautstärkeempfinden, Helligkeitsempfinden).

Den vollständigen Beitrag von Dieter Plappert finden Sie im Internet unter <http://www.plappert-freiburg.de/physik>.

Internet:

<http://gutenberg.spiegel.de/wundt/erlebtes/inhalt.htm>
Wilhelm Maximilian Wundt, Zeitgenosse von Weber und Fechner beschreibt in „Erlebtes und Erkanntes“ sehr anschaulich zeitgenössische philosophische Fragestellungen

<http://www.uni-leipzig.de/~psy/weber.html>
Hier ist eine Zusammenstellung von Veröffentlichungen dargestellt.

<http://gutenberg.spiegel.de/auto-ren/fechner.htm>
Hier sind Online-Ausgaben der wichtigsten Werke von Fechner zu finden.



Arbeitsblatt 1: Physikalischer Reiz und innere Empfindung

1. Oft ist es nicht einfach, zwischen einem physikalischen Reiz und der inneren Empfindung zu unterscheiden. Welche Reize lösen welche Empfindung aus?
Erstelle nach dem abgebildeten Muster eine Tabelle, in der Du möglichst viele Reiz- und Empfindungsgrößen zusammenstellst.

Reizgröße	Empfindung
Masse	Schwere
Temperatur	Wärmeempfindung

2. Schülerexperiment

Du brauchst zwei Briefumschläge, zwei wassergefüllte Flaschen, zwei 20 Centstücke.

- Der Versuchsleiter legt ein Geldstück in einen Briefumschlag und in eine Flasche.
- Die Versuchsperson schließt die Augen.
- Der Versuchsleiter gibt der Versuchsperson beide Umschläge in die Hand. Die Versuchsperson zeigt den Umschlag, in dem sich das Geldstück befindet. Führt den Versuch mehrere Male durch.
- Führt den entsprechenden Versuch mit den Milchflaschen durch.
- Beschreibt in einem Messprotokoll die Versuchsdurchführung und eure Beobachtungen. Welche Schlüsse könnt ihr aus dem Versuch ziehen?
- Erfindet entsprechende Versuche für andere Reize und Empfindungen.

3. Berechne mithilfe des Weber'schen Gesetzes die Massen, die du in einem Briefumschlag, einer gefüllten Milchflasche und einem Koffer sicher durch deine Schwereempfindung unterscheiden kannst.

4. Masse-Schwereempfindungsfunktion

- Stelle das Schaubild der Masse-Schwereempfindungsfunktion in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
- Beschreibe anhand des Verlaufs des Schaubildes, warum der exponentielle Verlauf für das Leben des Menschen von großem Vorteil ist.

5. Weber und Fechner

Recherchiere die Biografien von Gustav Theodor Fechner (1801–1887) und Ernst Heinrich Weber (1795 – 1878).

6. Zeit und Mathematik

„Die zweite Hälfte der Ferien scheint oft viel schneller zu vergehen als die erste.“
Was hat diese Aussage mit dem Weber-Fechnerschen Gesetz zu tun?

Zusatzaufgaben:

7. „Unsere Sinne logarithmieren!“

Was ist damit gemeint? Beschreibe und erkläre an geeigneten Beispielen diese Aussage.

8. Musik und Mathematik

Ein Ton, der eine Oktave höher ist als ein Grundton, hat die doppelte Frequenz.

- Gib an, was beim Hören von Tönen der Reiz und die Empfindung ist.
- Begründe, warum auch hier das Weber-Fechnersche Gesetz gilt.



Arbeitsblatt 2: Schwereempfindung und Masse

Ziele:

Durch das Vergleichen der Schwereempfindung von Körpern verschiedener Masse soll der Zusammenhang von Masse und Schwereempfindung untersucht werden.

Material:

- 6 Flaschen
- 6 selbstklebende Aufkleber
- Tuch zum Verbinden der Augen
- Präzisionswaage
- Schraubenmuttern M 10



Vorbereitungen:

- Kennzeichne die Flaschen durch verschiedene Nummern zwischen 1 und 6 mit Hilfe der Aufkleber.
- Fülle alle Flaschen so mit Wasser, dass sie alle eine Masse von 500g (= Grundmasse m_0) haben.
- Ermittle die Masse einer Schraubenmutter.
- Erhöhe mit Hilfe der Schraubenmutter die Masse der Flaschen Nr. 3 bis Nr. 6 so, dass die Masse von Nr. 3 etwa 10 g, die von Nr. 4 etwa 15 g, die von Nr. 5 etwa 20 g und die von Nr. 6 etwa 25 g größer ist.

Durchführung:

Serie 1:

- Verbinde die Augen der Versuchsperson.
- Der Versuchsleiter gibt nun der Versuchsperson immer eine der Flasche der Grundmasse, also Nr.1 oder Nr.2 in die eine Hand und eine der übrigen in die andere Hand; die Versuchsperson kann also auch zwei Flaschen der Grundmasse erhalten. Der Versuchsleiter stellt dann die folgende Frage: „Ist eine Flasche schwerer, wenn ja welche oder sind beide Flaschen gleich schwer?“ Der Versuchsleiter notiert die Nummern der von der Versuchsperson gehaltenen Flaschen und ihre Antwort. Die Versuchsperson kann zum besseren Wahrnehmen vor der Antwort die Flaschen abstellen und wiederaufnehmen, auch mit verschiedenen Händen.
- Es werden mindestens 10 Stichproben durchgeführt. Der Versuchsleiter soll die Kombination der Flaschen so wählen, dass die Massendifferenz Δm , die von der Versuchsperson sicher unterschieden werden kann, deutlich wird. Sollte sich herausstellen, dass die vorgegebenen Masseunterschiede der Flaschen ungeschickt gewählt sind, müssen sie entsprechend neu gewählt und die 1. Versuchsserie von neuem durchgeführt werden.

Serie 2–4:

- Erhöhe nun schrittweise die Grundmasse aller Flaschen auf 750g, 1000g und 1250 g und führe den oben beschriebenen Versuch in drei neuen Serien durch. Die Massendifferenz der Flaschen Nr. 3 bis Nr. 6 muss neu gewählt werden. Bitte prüfe durch entsprechende Vorversuche, ob deine Wahl geschickt erfolgt ist.
- Führe die Versuche entsprechend der Beschreibung der 1. Serie durch.

Auswertung:

- Bestimme für jede Versuchsperson getrennt bei den einzelnen Grundmassen m_0 die sicher wahrgenommene Massendifferenz Δm .
- Stelle fest, ob du eine Gesetzmäßigkeit findest, wie m_0 und Δm zusammenhängen. Stelle diesen Zusammenhang gegebenenfalls graphisch dar und erläutere ihn.